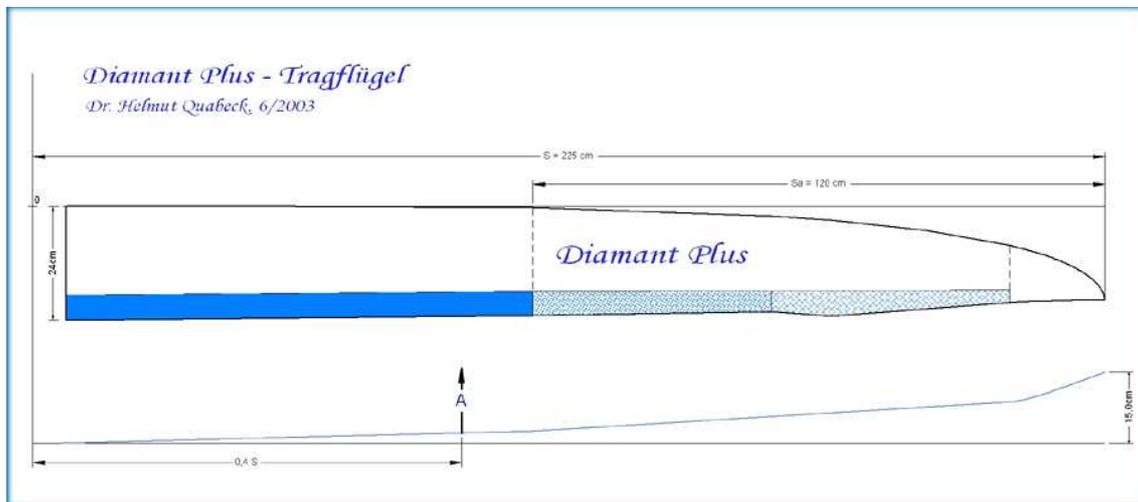


DIAMANT PLUS

Holmauslegung für den Tragflügel



BESTIMMUNG DER BIEGEMOMENTE AM TRAGFLÜGEL

- Da beim Tragflügel die spezifischen Gewichtslasten in etwa gleichmäßig über die Spannweite verteilt sind und somit die Gewichtverteilung in etwa proportional zur Auftriebsverteilung ist, werden vom Tragflügel selbst auch bei hohen Zentrifugalkräften im Kurvenflug oder beim Looping keine nennenswerten Biegemomente erzeugt. Die lokalen Auftriebs-, Gewicht- und Zentrifugalkräfte kompensieren sich weitestgehend selbst.
- Anders dagegen wirken sich beim freien Fliegen das Gewicht G_R von Rumpf und Leitwerk und die von ihnen erzeugten Zentrifugalkräfte Z_R beim Kurvenflug aus. Diese Kräfte greifen im Zentrum des Tragflügels an. Beim schnellen Kurvenflug können die Zentrifugalkräfte Z_R bei einem 4,5 Meter-Segler schon mal das 20 - 30-fache des Gewichtes G_R übersteigen. Für das maximale Biegemoment am Tragflügel ist also im freien Flug in der Hauptsache die Zentrifugalkraft Z_R verantwortlich. Das maximale Biegemoment, das an der Wurzel des Tragflügels dabei verursacht wird, lässt sich für einen Tragflügel mit annähernd elliptischem Grundriss, wie dem des DIAMANT+, wie folgt abschätzen:

s sei die Halbspannweite des Flügels

A sei der Gesamtauftrieb

G sei das Gewicht des ganzen Modells

G_R sei das Gewicht von Rumpf und Leitwerk
 Z_R sei die Zentrifugalkraft von Rumpf und Leitwerk im Kurvenflug
 M_W sei das Biegemoment des Flügels an der Flügelwurzel

Im schnellen, engen Kurvenflug mit hoher Querneigung ist

$$A \approx G + Z_R$$

Da man dabei aber die Gewichtskraft G gegenüber Z_R vernachlässigen kann, ist

$$A \approx Z_R$$

Der Auftrieb A verteilt sich je zur Hälfte auf die beiden Tragflügelhälften und beim annähernd elliptischen Tragflügel liegt der Auftriebsmittelpunkt einer Flügelhälfte etwa beim 0,4-fachen der Halbspannweite ($0,4 \cdot s$). Für das Biegemoment M_W an der Flügelwurzel resultiert damit

$$M_W = 0,4 \cdot s \cdot A/2$$

Im schnellen Kurvenflug gilt dann

$$M_W \approx 0,4 \cdot s \cdot Z_R/2$$

m_R sei die Masse des Rumpfes
 V die Geschwindigkeit des Modells
 r der Radius der Flugbahn im Kurvenflug

Für die Zentrifugalkraft von Rumpf und Leitwerk im Kurvenflug gilt

$$Z_R = m_R \cdot V^2 / r$$

Daraus ermittelt man z.B. für den DIAMANT+, wenn sein Rumpf und Leitwerk (mit E-Antrieb) etwa 3200 Gramm wiegen, für den Extremfall einer schnellen Wende mit $V \approx 50$ m/s (≈ 180 km/h) und $r \approx 15$ m eine Zentrifugalkraft in der Größenordnung von $Z_R \approx 533$ Newton.

Mit $s = 2,25$ m wird das Biegemoment an der Flügelwurzel des DIAMANT+ dann etwa $M_W = 0,4 \cdot s \cdot Z_R/2 \approx 240$ Newton·m.

- c. Beim Seilhochstart mit Winde treten hohe Auftriebs- und geringfügige Zentrifugalkräfte auf, die durch die Kräfte am Schleppseil kompensiert werden. Letztere greifen im Flügelzentrum an, womit klar ist, dass hier zur Biegung des Tragflügels die Auftriebskräfte und die Zentrifugalkräfte am Flügel beitragen, nicht aber die Zentrifugalkraft des Rumpfes. Rechnerisch und praktisch zeigt sich, daß beim kräftigen Seilschlepp Zugkräfte bis ~ 1000 N auftreten können. Dies entspricht der Summe aus Auftriebs- und Zentrifugalkräften.

Beim Seilhochstart kann das Modell in der Endphase ca. 120 km/h erreichen. Dabei wäre beim DIAMANT+ mit maximalen Auftriebsbeiwerten um $c_A = 1,2$ zu rechnen. Mit der Gesamtfläche von $F = 91,6 \text{ dm}^2$ des DIAMANT+ ergibt sich für den Auftrieb im Seilhochstart dann etwa

$$A = \rho/2 \cdot c_A \cdot F \cdot V^2 = 0,125 \cdot 9,81/2 \cdot 1,2 \cdot 0,916 \cdot 33,3^2 \sim 747 \text{ N}$$

Für die Zentrifugalkraft des Tragflügels mit etwa $m_F = 2,5$ kg resultiert bei einem Schleppradius von ungefähr 175 Metern

$$Z_F = m_F \cdot V^2 / r = 2,5 \cdot 33,3^2 / 175 \sim 16 \text{ Newton}$$

Für die Biegebeanspruchung des Tragflügels ergibt sich damit

$$M_W = 0,4 \cdot s \cdot (A + Z_F) / 2 = 0,4 \cdot s \cdot (747 + 16) / 2 \sim 344 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Damit wird klar, dass die Biegebeanspruchung des Tragflügels beim Hochstart mit Abstand am höchsten ist.

- d. Erfahrungsgemäß liegt man bei einem Modell wie dem DIAMANT+ bei der Bestimmung der Biegefestigkeit des Tragflügels mit der Annahme eines etwa 20-fachen Lastvielfachen, bezogen auf das Gesamtgewicht G des ganzen Modells, ganz auf der sicheren Seite. Damit errechnet sich für das maximale Biegemoment an der Tragflügelwurzel

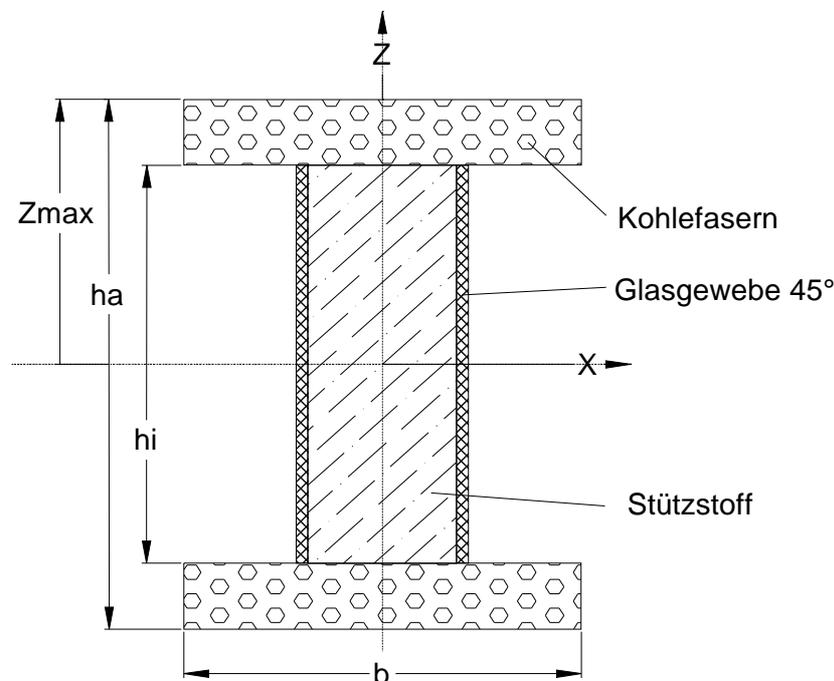
$$\max M_W = 0,4 \cdot s \cdot 20 \cdot G/2$$

Für den DIAMANT+ mit einem Gesamtmasse von 5,7 kg und $s = 2,25$ m resultiert $M_W \sim 513 \text{ Newton}\cdot\text{m}$.

Berechnung der Dimensionen für DIAMANT+ -Holmgurte

Für die Auslegung und Dimensionierung von Tragflügelholmen ist es im Hinblick auf die zu erwartenden Biegebeanspruchungen am Flügel am sichersten, wenn man voraussetzt, dass der Holm das gesamte Biegemoment aufnehmen soll, während man die Flügelschale alle Torsionskräfte übernehmen lässt.

Weil es technisch, arbeits- und kostenmäßig am einfachsten ist, die Biegemomente und Scherkräfte eines Tragflügels durch einen T-Holm mit Ober- und Untergurten aus Kohlefaser-Rowings und einen Holmsteg mit Balsa oder Schaumstoff als Stützstoff und seitlicher Glasgewebebelegung zu erfassen, wird dieser für den Bau der DIAMANT+ - Tragfläche wie nachfolgend skizziert ausgeführt.



Nach der technischen Mechanik ist das Flächenträgheitsmoment dieses Holmes

$$I_x = \frac{b}{12} \cdot (h_a^3 - h_i^3)$$

Bei der Biegebeanspruchung des Holmes tritt im Abstand Z von der Holmmitte eine Biegespannung σ_z auf, für die gilt

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} \cdot Z \quad , \quad \text{mit } M_x \text{ als Biegemoment}$$

Für die Kohlegurte im Abstand $Z_{\max} = h_a/2$ ist die Zugspannung bei maximaler Biegebeanspruchung

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{b}{12} \cdot (h_a^3 - h_i^3)} \cdot \frac{h_a}{2}$$

σ_{\max} ist darin die maximal zulässige Zugspannung der Harzmatrix mit den Kohlefasern.

Für normale Kohlefaser-Rowings der Sorte „NF“ ist $\sigma_{\max} \approx 3000 \text{ N/mm}^2$. Für „UMS“-Rowings ist $\sigma_{\max} \approx 4500 \text{ N/mm}^2$. Auf Druck ist deren Belastbarkeit aber bestenfalls nur halb so groß. Bei der Berechnung der Gurtdimensionen ist daher höchstens eine Berechnungsgrundlage von $\sigma_{\max} \approx 1500 \text{ N/mm}^2$ zulässig. Für die Matrix von „NF“-Kohlefaser-Rowings in Epoxidharz ist schließlich wegen der ungefähren Halbierung des Faseranteils in der Matrix durch das Harz:

$$\sigma_{\max} \approx 750 \text{ N/mm}^2$$

Bei vorgegebener Holmbreite b liefert obige Formel für den Einzelgurt mit der Dicke $d = (h_a - h_i)/2$:

$$h_i = \sqrt[3]{h_a^3 - \frac{M_{\max} \cdot 6 \cdot h_a}{b \cdot \sigma_{\max}}}$$

Bei vorgegebener Dicke d ergibt sich für die Gurtbreite b :

$$b = \frac{1}{\sigma_{\max}} \cdot \frac{M_{\max} \cdot 6 \cdot h_a}{h_a^3 - (h_a - 2 \cdot d)^3}$$

Im Falle des DIAMANT+ resultiert für die Flügelwurzel mit

$h_a \approx \text{max. Profildicke} - 2 \text{ mm (Bep plankg.)} = 240 \text{ mm} \cdot 0,14 - 2 \text{ mm} = 31,6 \text{ mm}$
einer vorgegebenen Gurtdicke von 1,0 mm

und dem Wert für die max. Biegebeanspruchung $M_{\max} = 513 \text{ 000 N}\cdot\text{mm}$

$b \sim 25 \text{ mm}$

Die Anzahl N der Kohlefaser-Rowings an der Flügelwurzel des DIAMANT+ bestimmt sich aus der Querschnittsfläche der Matrix für die Holmgurte. Diese ist $b \cdot d = 20 \cdot 2 = 40 \text{ mm}^2$. „NF“-Kohlefaser-Rowings mit 24K und 800 Tex haben ungetränkt einen Querschnitt von etwa 1 mm^2 und mit Harz getränkt etwa einen Querschnitt von $1,9 \text{ mm}^2$. Für die Anzahl Rowings dieser Sorte je Holmgurt oben und unten ergibt sich danach an der Flügelwurzel

min. Anz. = $b \cdot d / 1,9 \approx 13$ Rowings („NF“, 800 Tex) (8; 1400 Tex)

Dimension der Holmgurte am Übergang zu Außenflügel

Die Biegebeanspruchung am Anschluss des Außenflügels zum Flügelmittelteil des DIAMANT+ bestimmt sich wie folgt:

Die Fläche des Außenflügels ist $F_a = 0,21 \text{ m}^2$ ($F = 0,92 \text{ m}^2$).

Die maximale Last am Außenflügel ist

$$A_a = F_a / F \cdot A \approx F_a / F \cdot 20 \cdot G = 0,21/0,92 \cdot 20 \cdot 57 \sim 260 \text{ Newton.}$$

Die Länge des Außenflügels ist $s_a = 1,2 \text{ m}$.

Man kann ohne großen Fehler annehmen, dass der Auftriebsmittelpunkt des Außenflügels auch etwa bei $0,4 \cdot s_a$ liegt. Damit folgt für das maximale Biegemoment an der Schnittstelle von Außen- und Mittelflügel:

$$\max M_a = 0,4 \cdot s_a \cdot A_a \sim 124 \text{ Newton}\cdot\text{m}$$

Damit lassen sich ähnlich wie für die Flügelwurzel die Holmgurte an der Schnittstelle zum Außenflügel wie folgt dimensionieren:

Am Übergang gelte für die DIAMANT+ - Fläche

$h_a = \text{max. Profildicke} - 2 \text{ mm (Bepl.)} = 227,5 \text{ mm} \cdot 0,13 - 2 \text{ mm} = 27,58 \text{ mm}$,
mit einer vorgegebenen Gurtdicke von 1 mm
und dem Wert für die max. Biegebeanspruchung $M_{a,\text{max}} = 124 \text{ 000 N}\cdot\text{mm}$.

Damit folgt für die mindestens erforderliche Gurtbreite und die Anzahl der Rowings:

$b = 6,5 \text{ mm}$.

min Anz. = 4 Rowings („NF“, 800 Tex) (3; 1400 Tex)

Aus Sicherheitsgründen empfiehlt es sich aber, den Gurt hier etwas stärker zu machen, etwa 20 mm, und entsprechend etwa $N = 11$ Rowings zu wählen!

Zur Flächenspitze hin kann die Holmbreite bei $d = 1 \text{ mm}$ Dicke etwa auf etwa $b = 5 \text{ mm}$ linear auslaufen, was etwa $N = 3$ Rowings (2; 1400 Tex) entspricht.

Zusammenfassung für die Dimensionierung:

Gurtdimension an der Wurzel: $b \cdot d = 25 \cdot 1 \text{ mm}^2$, Anz. = 14
Gurtdimension an der Schnittstelle: $b \cdot d = 20 \cdot 1 \text{ mm}^2$, Anz. = 11
Gurtdimension an der Flügelspitze: $b \cdot d = 5 \cdot 1 \text{ mm}^2$, Anz. = 4

BESTIMMUNG DER SCHUBKRÄFTE AM TRAGFLÜGEL

Die Auftriebskräfte und die beim Seilstart entstehenden Zentrifugalkräfte am Tragflügel wirken sich als vertikale Schubkräfte (Scherkräfte, Querkräfte) aus, die nach den Erfahrungen im Flugzeugbau am besten durch einen adäquat ausgelegten Holmsteg aufgefangen werden. Auch wenn andere Teile des Tragflügels, wie z.B. die Flügelschale, einen gewissen Anteil der Querkräfte aufnehmen, garantiert diese Auslegung die größtmögliche Sicherheit für die Festigkeit des Tragflügels bei hoher Auftriebsbelastung.

In jedem Querschnitt des Tragflügels ist die Querkraft gleich der Summe aller Auftriebskräfte, die zwischen diesem Querschnitt und der Flügelspitze wirken. (Die beim Hochstart wirkenden Zentrifugalkräfte sind dabei gegenüber den Auftriebskräften verschwindend gering, so daß man sie bei der Festigkeitsauslegung der Holmstege vernachlässigen kann.)

Bezeichnet man die Querkraft allgemein mit Q , dann gilt z.B. für den DIAMANT+ (Bezeichnungen wie oben):

$$Q_w = A / 2 \quad \text{Querkraft an der Tragflügelwurzel}$$

$$Q_a = F_a / F \cdot A \quad \text{Querkraft an Schnittstelle zum Außenflügel}$$

Wenn der Holm wie vorgeschlagen (siehe Holmskizze) aus einem Ober- und einem Untergurt aufgebaut ist, dann muss zwischen den Gurten ein Steg angebracht werden, der die ganze lokale Querkraft Q_y am Ort Y (in Spannweitenrichtung) aufnehmen kann und einwandfrei mit den Holmgurten verklebt ist. Im Prinzip kann die Querkraft durch einen einzelnen Steg oder mehrere Stege aufgenommen werden. In der Praxis hat sich als einfachste Bauweise herausgestellt, einen Holmsteg aus Balsa oder Schaumstoff auf beiden Seiten mit Stegen aus Glasfasergewebe zu beschichten, von denen die Querkräfte aufgenommen werden.

Die Anbringung des Holmstegs zwischen den Holmgurten bewirkt zudem eine bestmögliche Absicherung gegen Knicken und Beulen des Flügels.

Aus Gewichts- und praktischen Gründen sind Holmstege aus Faserverbundstoffen besonders geeignet. Da allerdings Kohle- und Aramid-Fasergewebe anisotrope Schereigenschaften haben, Glasfasergewebe sich aber gegen Scheren isotrop verhalten, ist letztere in der Regel die bessere Wahl. Sie sind unter einem Winkel von 45° anzubringen, da sie unter diesem Winkel die höchsten Schubbeanspruchungen aufnehmen können.

t_{Steg} sei die Breite des Holmsteges (Dicke der Gewebeschicht)
 H_{Steg} sei die Höhe des Holmsteges

Die Querschnittsfläche des Holmsteges ist dann $F_{\text{Steg}} = t_{\text{Steg}} \cdot H_{\text{Steg}}$

Mit der Querkraft Q_Y am Querschnitt bei Y wird dann die Schubspannung τ_Y bei Y

$$\tau_Y = Q_Y / F_{Y,\text{Steg}} = Q_Y / (t_{Y,\text{Steg}} \cdot H_{Y,\text{Steg}})$$

Nach Materialprüfungsregel "VDI 2013" wurden für Dimensionen von GFK-Bauteilen verallgemeinerte Dimensionierungswerte, so genannte K-Werte eingeführt, die im Falle von Schubspannungen wie folgt definiert sind:

$$\tau = 9,81 \cdot K_\tau \cdot \varphi_F \cdot \rho_F \cdot k_{II}$$

Hierin ist

φ_F = Faservolumenanteil

ρ_F = Dichte der Faser

Für das im Flugzeugbau verwendete „E-Glas“-Gewebe ist

$$\rho_F = 2,6 \text{ g/cm}^3$$

$$K_\tau \approx 10 \text{ kp/cm} / 100\text{p/m}^2 = 10 \text{ km}$$

Mit diesen Werten folgt für den Holmsteg

$$\tau_Y = 9,81 \cdot K_\tau \cdot \varphi_F \cdot \rho_F \cdot k_{II}$$

Gleichsetzten mit obiger Formel für τ_Y liefert

$$9,81 \cdot K_{\tau} \cdot \varphi_F \cdot \rho_F \cdot k_{II} \cdot t_{Y,Steg} = 1/K_{\tau} \cdot Q_Y/H_{Y,Steg}$$

Das Produkt auf der linken Seite dieser Gleichung ist gleich dem Flächengewicht des Glasgewebeanteils im Holmsteg. Bezeichnet man mit n_L die Anzahl der Gewebelagen mit dem Flächengewicht q , dann ist

$$n_{L,Y} \cdot q = 1/K_{\tau} \cdot Q_Y/H_{Y,Steg}$$

Auslegung des Holmsteges für den DIAMANT+

Als Maximalbelastung der Tragfläche des DIAMANT+ wurde der Auftrieb

$$A = 30 \cdot G = 30 \cdot 57 \text{ Newton} \sim 1700 \text{ Newton}$$

angenommen.

Für die Schubkräfte an Wurzel und Übergang zur Außenfläche gilt dann

$$Q_W = A / 2 \sim 856 \text{ Newton}$$

$$Q_a = F_a / F \cdot A = 0,21 / 0,92 \cdot 1700 = 388 \text{ Newton.}$$

Die Holmhöhe an der Wurzel des DIAMANT+ ist 31,6 mm. Zieht man hiervon 4 mm für die Gurtdicken ab, so ist $H_{W,Steg} = 27,6$ mm, damit wird an der Flügelwurzel die Belegung des Holmsteges mit Glasgewebe

$$n_{Lw} \cdot q = 310 \text{ g/m}^2$$

Man kann dies etwas überdimensioniert mit 2 Lagen Glasgewebe zu je $q = 160 \text{ g/m}^2$ erreichen. Bei der vorgeschlagenen Holmform empfiehlt es sich, je eine Gewebelage an den beiden Seiten des Stützsteges aus Balsa oder Schaumstoff anzubringen.

Die Holmhöhe an der Schnittstelle zum Außenflügel des DIAMANT+ ist etwa 27,6 mm. Zieht man hiervon 4 mm für die Gurtdicken ab, so ist $H_{a,Steg} = 23,6$ mm, damit wird hier die Belegung des Holmsteges mit Glasgewebe

$$n_{La} \cdot q = 164 \text{ g/m}^2$$

Man kann dies gut mit 2 Lagen Glasgewebe zu je $q=110 \text{ g/m}^2$ erreichen.

Praktisch kann die geforderte Stärke des Glassteiges im Mittelflügel gut mit 2 Lagen Gewebe von 160 g/m^2 und im Außenflügel mit 2 Lagen von 110 g/m^2 erreicht werden.

Achtung noch mal: Die Faserrichtung muß 45° betragen!